1. Дослідження операцій — це науковий підхід до прийняття рішень, що базується на побудові математичних моделей реальних систем з метою оптимізації їх функціонування. Основними поняттями є: модель, цільова функція, обмеження, змінні рішення, допустима область, оптимальне рішення.
2. Основні етапи операційного дослідження включають: формулювання проблеми, побудову математичної моделі, вибір методу розв’язання, аналіз і вирішення моделі, інтерпретацію та перевірку результатів, реалізацію рішення на практиці.
3. Структура методики дослідження операцій охоплює аналіз системи, формалізацію проблеми у вигляді моделі, розробку алгоритму розв’язання, експериментальну перевірку результатів, прийняття рішення та супровід реалізації. Особливістю є застосування міждисциплінарного підходу та орієнтація на практичну ефективність.
4. Типові класи задач: задачі лінійного програмування, цілочислового програмування, нелінійного програмування, динамічного програмування, задачі мережевого планування, транспортні задачі, задачі теорії ігор, масового обслуговування, теорії запасів, імітаційного моделювання.
5. Загальна задача математичного програмування — це процес знаходження оптимального (максимального або мінімального) значення цільової функції при дотриманні заданих обмежень. Структура: змінні рішення, цільова функція, система обмежень, допустима область. Основні поняття: оптимальне рішення, множина допустимих рішень, цільова функція.
6. Задачі математичного програмування класифікують за формою цільової функції та обмежень: лінійне програмування (лінійні функції), нелінійне програмування (нелінійності в моделі), цілочислове програмування (деякі змінні — цілі числа), динамічне програмування (етапна структура задачі), стохастичне програмування (врахування випадковостей).
7. Приклади задач:

* Задача про оптимальне розміщення ресурсів (лінійне програмування)
* Задача про раціональний план перевезень (транспортна задача)
* Задача про призначення виконавців (задача призначень)
* Задача про оптимальний запас на складі (теорія запасів)
* Задача про побудову найкоротшого шляху (графи)

1. Опорний план задачі лінійного програмування — це базисне допустиме рішення, яке задовольняє системі обмежень. Методика пошуку включає: побудову таблиці симплекс-методу, визначення базисних змінних, поступове покращення значення цільової функції за допомогою заміни змінних до досягнення оптимуму.
2. Економічна інтерпретація задачі лінійного програмування полягає у розподілі обмежених ресурсів між альтернативними видами діяльності так, щоб максимізувати прибуток або мінімізувати витрати. Змінні — кількість ресурсів, що розподіляються; обмеження — ресурси; цільова функція — економічна вигода.
3. Постановка задачі лінійного програмування передбачає:

* Визначення змінних рішення (x₁, x₂, …)
* Формулювання цільової функції (максимізація або мінімізація)
* Запис системи обмежень у вигляді лінійних рівнянь/нерівностей
* Вказання умов невід’ємності змінних  
  Після цього задача готова для аналітичного або числового розв’язання.

1. Графічний метод розв’язання задачі лінійного програмування використовується для задач із двома змінними. Методика передбачає побудову на координатній площині системи обмежень у вигляді півплощин, визначення допустимої області (області перетину півплощин) та побудову ліній рівня цільової функції. Оптимальне рішення знаходиться в одній з вершин допустимої області, де цільова функція досягає екстремального значення.
2. Симплекс-метод — ітеративний алгоритм для розв’язання задач лінійного програмування. Метод починається з опорного плану (базисного допустимого розв’язку), далі обирається змінна, яка може покращити цільову функцію, і визначається, яка змінна повинна покинути базис. Після заміни відбувається перехід до нового розв’язку. Процес триває до досягнення оптимуму або встановлення, що задача не має розв’язку.
3. Теорія двоїстості встановлює відповідність між первинною задачею лінійного програмування і двоїстою (dual). Основна суть: кожній змінній обмеження в одній задачі відповідає змінна в іншій. Важливі властивості: якщо первинна задача має оптимальне розв’язання, то й двоїста також, і значення цільових функцій збігаються. Теорія дозволяє аналізувати стабільність рішень, оцінювати тіньові ціни та проводити економічну інтерпретацію.
4. Методи розв’язування дискретних задач (де змінні набувають лише певних значень, наприклад, цілих) включають: метод повного перебору (неефективний для великих задач), гілок і меж, динамічне програмування, жадібні алгоритми, евристики та метаевристики (наприклад, генетичні алгоритми, табу-пошук). Обираються залежно від розміру задачі та допустимого часу обчислення.
5. Транспортна задача — це задача лінійного програмування з метою мінімізації вартості перевезення продукції з постачальників до споживачів за відомими обсягами попиту і пропозиції. Основні методи розв’язання: метод північно-західного кута, метод найменшої вартості, метод потенціалів. Задача має спеціальну структуру, що дозволяє використовувати ефективні алгоритми.
6. Теорія двоїстості полягає в побудові альтернативної (двоїстої) задачі до кожної задачі лінійного програмування. Зв’язок між задачами дозволяє:

* Перевірити оптимальність розв’язку
* Отримати додаткову інформацію про ресурси
* Спрощувати розв’язання у деяких випадках  
  Двоїсті змінні мають економічний зміст як тіньові ціни — оцінка приросту цільової функції при збільшенні ресурсу.

1. Аналіз результатів розв’язків моделей лінійного програмування включає:

* Визначення значення цільової функції та оптимальних значень змінних
* Перевірку обмежень на виконання
* Аналіз чутливості: як змінюється розв’язок при зміні параметрів
* Інтерпретацію тіньових цін (із двоїстої задачі)
* Визначення вузьких місць та резервів

1. Системи масового обслуговування класифікують за такими ознаками:

* За кількістю обслуговуючих каналів (одноканальні, багатоканальні)
* За режимом обслуговування (паралельне, послідовне, комбіноване)
* За розподілом часу обслуговування (експоненціальний, детермінований тощо)
* За джерелом заявок (кінцеве, нескінченне)
* За чергами (обмежені, необмежені)
* За пріоритетністю обслуговування

1. Календарне планування проєкту — це процес визначення послідовності та тривалості робіт з урахуванням ресурсів і часових обмежень. Основні етапи:

* Визначення переліку робіт
* Встановлення логічної послідовності (залежностей)
* Оцінка тривалості робіт
* Побудова сіткової моделі (наприклад, PERT або CPM)
* Визначення критичного шляху
* Формування графіка виконання робіт

1. Проблема оптимального управління запасами полягає в знаходженні такого політики поповнення запасів, яка мінімізує загальні витрати (на зберігання, замовлення, дефіцит) при забезпеченні належного рівня обслуговування. У моделюванні використовуються моделі EOQ, (s,Q), (s,S), з фіксованим інтервалом постачання або попиту. Враховуються попит, час постачання, затрати, наявність резервів.
2. Теорія графів — це розділ математики, що вивчає графи — множини вершин, з’єднаних ребрами. Вона використовується для моделювання мереж (доріг, зв’язку, транспорту). Основні поняття: вершина, ребро, орієнтований/неорієнтований граф, цикл, шлях, зв’язність, степінь вершини. Теорія застосовується в логістиці, проектуванні мереж, плануванні та інших задачах дослідження операцій.
3. Один із найвідоміших алгоритмів знаходження найкоротших шляхів — алгоритм Дейкстри. Його суть:

* Ініціалізуємо відстань до всіх вершин як нескінченність, а до початкової вершини — нуль.
* Вибираємо вершину з мінімальною поточною відстанню.
* Оновлюємо відстані до сусідніх вершин через неї.
* Позначаємо її як відвідану.
* Повторюємо, поки всі вершини не будуть оброблені.

1. В неорієнтованих мережах зв’язки (ребра) не мають напрямку — з’єднання між вершинами є взаємним. В орієнтованих мережах (діаграмах) ребра мають напрямок, тобто з однієї вершини можна перейти в іншу, але не навпаки. Неорієнтовані мережі використовують для моделювання симетричних систем (наприклад, дороги), а орієнтовані — для потоків, управління, логістики.
2. Цілочислова задача — це задача математичного програмування, у якій деякі або всі змінні повинні бути цілими числами. Методика розв’язання:

* Побудова математичної моделі
* Розв’язання задачі без обмеження на цілісність (для наближення)
* Застосування методу гілок і меж, методу скорочень або перебору варіантів
* Вибір оптимального допустимого цілочислового рішення

1. Економіко-математичні моделі дискретного програмування описують ситуації, в яких рішення приймаються з обмеженого (дискретного) набору альтернатив. Це можуть бути задачі вибору, призначення, комбінації. Типові моделі:

* Задача вибору об’єктів
* Задача про маршрутизацію
* Задача комівояжера
* Моделі логістичних та виробничих систем із бінарними змінними

1. Динамічні задачі враховують зміну стану системи в часі. Суть полягає в поетапному прийнятті рішень. Методика включає:

* Розбиття задачі на етапи
* Визначення стану системи на кожному етапі
* Формулювання рекурсивного співвідношення (принцип Беллмана)
* Рух назад (від останнього етапу до першого) для знаходження оптимального рішення

1. Основні типи задач оптимального розподілу ресурсів:

* Задача лінійного програмування (ресурси обмежені, ціль — прибуток)
* Задача про транспорт (розподіл поставок між пунктами)
* Задача про призначення (оптимальний розподіл завдань)
* Задача цілочислового або дискретного розподілу (наприклад, облік кратних одиниць ресурсу)
* Багатокритеріальні задачі розподілу

1. Задача про призначення — це частковий випадок транспортної задачі, де кількість завдань дорівнює кількості виконавців, і кожен виконавець може виконати лише одне завдання. Модель:

* Матриця витрат (ефективності)
* Цільова функція — мінімізувати суму витрат
* Обмеження: кожному завданню — один виконавець, і навпаки  
  Метод розв’язання — угорський алгоритм (метод Кунa), який використовує операції з матрицею для знаходження оптимального призначення.

1. Задача оптимального використання матеріалів і сировини полягає в мінімізації відходів або витрат при розкрої матеріалів. Типові варіанти: лінійний розкрій рулонів, листів, прутків. Використовуються:

* Методи динамічного програмування
* Евристичні підходи (наприклад, алгоритми жадібного типу)
* Моделі лінійного або цілочислового програмування

1. Задачі оптимізації виробничої програми спрямовані на визначення найкращої кількості продуктів або послуг, що забезпечують максимальний прибуток або мінімальні витрати з урахуванням обмежених ресурсів (часу, сировини, праці). Методика:

* Формулювання цільової функції (наприклад, прибуток)
* Складання системи обмежень (ресурси)
* Вибір змінних (обсяги продукції)
* Розв’язання методами лінійного або цілочислового програмування
* Аналіз результату та адаптація за потреби.

1. Методика складання та розв’язання цілочислових і транспортно-виробничих моделей оптимального розвитку полягає у формуванні математичних моделей, що враховують дискретність змінних і логістику виробництва з урахуванням перевезень. Спочатку визначаються змінні, цільова функція (максимізація прибутку або мінімізація витрат), а також обмеження на ресурси, виробничі потужності і транспортні маршрути. Для розв’язання застосовують методи цілочислового програмування, метод гілок і меж, спеціалізовані алгоритми транспортних задач. Аналіз результатів дозволяє прийняти оптимальні управлінські рішення.
2. Основні методи регулювання запасами:

* Метод економічного замовлення (EOQ), що визначає оптимальний розмір партії поповнення запасів
* Метод мінімального запасу (s,Q), при якому замовлення робиться, коли запас падає нижче певного рівня
* Метод періодичного контролю запасів, коли поповнення відбувається через фіксовані проміжки часу
* Метод страхового запасу для захисту від непередбачуваного попиту або затримок у постачанні

1. Динамічне програмування — метод розв’язання задач, які можуть бути поділені на послідовні етапи з прийняттям рішень на кожному кроці. Суть у тому, що оптимальне рішення загальної задачі будується через оптимальні рішення її підзадач за допомогою рекурсивних співвідношень (принцип Беллмана). Це дозволяє ефективно враховувати змінні умови та послідовність дій.
2. Комплексна задача планування та зберігання продукції за умов неоднакового попиту включає визначення обсягів виробництва та запасів для кожного періоду з урахуванням змінного попиту, витрат на зберігання і дефіцит. Методика розв’язання включає побудову математичної моделі з цільовою функцією, яка мінімізує загальні витрати, і системою обмежень, що враховує можливості виробництва та умови зберігання. Застосовують динамічне програмування або лінійне програмування з часовою дискретизацією.
3. Основні елементи системи масового обслуговування: джерело заявок (потік клієнтів), черга (місце очікування обслуговування), канал (обслуговуючий пристрій або працівник), обслуговування (процес надання послуг), вихід системи. Для опису системи важливі параметри: інтенсивність потоку заявок, час обслуговування, довжина черги, дисципліна обслуговування.
4. Основні типи систем масового обслуговування:

* Одноканальні (один канал обслуговування)
* Багатоканальні (кілька каналів одночасного обслуговування)
* Системи з обмеженою та необмеженою чергою
* Системи з пріоритетами та різними дисциплінами обслуговування  
  Особливості дослідження полягають у моделюванні процесів надходження та обслуговування заявок, оцінці характеристик черг, часу очікування, ймовірностей відмов.

1. Методи дослідження операцій застосовуються на різних етапах бізнес-планування: на етапі аналізу ринку — моделі прогнозування попиту; при формуванні виробничої програми — оптимізаційні моделі; при логістиці — транспортні задачі; у фінансовому плануванні — моделі управління запасами і ризиками; на етапі контролю — моделі моніторингу ефективності.
2. Методи та моделі сіткового планування включають:

* Метод критичного шляху (CPM), що визначає найтриваліший шлях у мережі робіт і дозволяє знайти мінімальний час реалізації проекту
* Метод оцінки та перегляду програми (PERT), який враховує імовірнісні оцінки тривалості робіт
* Графічне представлення проекту у вигляді сітки з вузлами і ребрами, що позначають роботи і залежності між ними

1. Дослідження оптимальних шляхів на мережах полягає у визначенні найкоротших, найшвидших або найвигідніших маршрутів між вершинами графа. Використовуються алгоритми Дейкстри, Беллмана-Форда, Флойда-Уоршелла. Задача актуальна для транспорту, комунікацій, логістики.
2. Теорія ігор застосовується для моделювання ситуацій, де результат залежить від дій кількох гравців з різними цілями. В дослідженні операцій вона допомагає аналізувати конкурентні ситуації, прийняття рішень в умовах конфлікту або співпраці. Застосовують поняття рівноваги Неша, змішані стратегії, оптимальні стратегії для різних типів ігор (нульова сума, кооперативні).
3. Гра в динамічній формі — це модель, в якій гравці роблять послідовні ходи, причому кожен хід може залежати від попередніх дій та стану гри. Вона відображає процес прийняття рішень у часі з урахуванням інформації про попередні дії опонентів. Для розв’язку використовують метод дерева ігор, методи відштовхування назад (backward induction), аналіз стратегій та концепцію субґрової рівноваги.
4. Методи знаходження рішень у теорії ігор включають: пошук рівновагі Неша (аналітичні методи, ітеративні алгоритми), методи змішаних стратегій, методи оптимізації (лінійне програмування для ігор нульової суми), алгоритми дерева ігор для динамічних задач, евристичні та симуляційні підходи.
5. Прийняття рішень в умовах ризику базується на ймовірнісних оцінках наслідків, використанні критеріїв, таких як критерій Експектованої Вартості, мінімаксу, Байєса. В умовах невизначеності застосовують евристики, нечіткі моделі, методи оптимізації з неповною інформацією або аналіз сценаріїв.
6. Нечіткі системи — це системи, які оперують нечіткими множинами для моделювання невизначеності та нечіткості вхідних даних та правил. Вони застосовуються для прийняття рішень у складних системах, де точна інформація відсутня, наприклад, в управлінні, діагностиці, прогнозуванні. Використовують нечітку логіку, нечіткі правила, які дозволяють працювати з нечіткими поняттями замість чітких.
7. Нечіткі множини — множини, в яких приналежність елемента визначається ступенем приналежності (від 0 до 1), а не чітким входженням чи виключенням. Нечіткі відношення — відношення, які задають ступінь зв’язку між елементами двох множин, теж виражений нечіткістю.
8. Нечіткі експертні системи — це системи, що поєднують експертні знання з нечіткою логікою для моделювання та прийняття рішень в умовах нечіткості і невизначеності. Вони використовують бази правил, нечіткі множини для аналізу і формулювання висновків, підвищуючи гнучкість і точність систем.
9. Переваги Fuzzy-технологій над класичними методами в умовах невизначеності полягають у здатності моделювати нечіткі, неповні та суперечливі дані, забезпечувати більш природний опис експертних знань, зменшувати вплив помилок вимірювань, і адаптуватися до змінних умов без жорстких моделей.
10. Методи та моделі експертних оцінок при прийнятті рішень використовуються для формалізації знань і оцінок фахівців, часто коли дані неповні або суб’єктивні. Застосовують методи аналізу експертної думки, узагальнення оцінок, вагові коефіцієнти, а також нечіткі експертні системи для обробки нечіткості.
11. Алгоритм розв’язку задач теорії ігор з використанням Python зазвичай включає: формулювання матриці виграшів; реалізацію пошуку рівновагі Неша через перебір стратегій або методи оптимізації (наприклад, scipy.optimize); використання бібліотек, таких як Gambit або nashpy для аналізу стратегій; вивід результатів і аналіз.
12. Моделі та методи імітаційного моделювання включають: дискретно-событі моделювання, системна динаміка, агентне моделювання. Основні методи — побудова моделі системи з урахуванням випадкових подій, генерація випадкових чисел, статистичний аналіз результатів. Застосовується для вивчення складних, стохастичних систем у різних галузях.